

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

29. siječnja 2014.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ i $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$ kolinearni?
(2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formulu za inverz opće kvadratne matrice, te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (2 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}x - y + z &= 0 \\x + 2y - z &= 2 \\2x + y + z &= 1. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = (x + 1)^3$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = (x + 1)^3$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije iz (ii). (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približno $\sqrt{8.99}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 9$ i predložite tu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predložite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (4 boda)

- (ii) Predložite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)

- (iii) Zadana je funkcija $f(x) = (x - 2)(x - 1)(x + 1)(x + 2)$. Precizno nacrtajte graf te funkcije i na njemu označite nultočke, točke lokalnih ekstrema i točke infleksije. (3 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

29. siječnja 2014.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite matricu simetrije s obzirom na ishodište te matricu ortogonalne projekcije na X-os. (2 boda)

(ii) Napišite matrice kompozicija linearnih operatora iz (i), u oba poretka. (4 boda)

(iii) Nađite sliku točke $T = (\pi, -\sqrt{2}, 4)$ s obzirom na obje kompozicije iz (ii). (4 boda)

2. Zadana je matrica

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ -1 & 2 & -1/2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(i) Odredite inverz matrice A , te provjerite rezultat. (6 bodova)

(ii) Pomoću inverza koji ste izračunali pod (i) riješite sustav

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ -1 & 2 & -1/2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

(4 boda)

3. Izračunajte približnu vrijednost izraza $\sqrt{5 - \sqrt[3]{0.9}}$ koristeći:

(i) linearnu aproksimaciju, (4 boda)

(ii) kvadratnu aproksimaciju. (6 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = 1 - \frac{x^2+1}{2x}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) nultočke funkcije, (1 bod)

(iii) asimptote grafa funkcije (naravno, ako postoje; horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) područja pada i rasta vrijednosti funkcije, (4 boda)

(v) lokalne ekstreme funkcije, (3 boda)

(vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije grafa funkcije. (4 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)